

العنوان:	فاعلية استراتيجية مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية
المصدر:	المجلة العلمية لكلية التربية
الناشر:	جامعة الوادي الجديد - كلية التربية
المؤلف الرئيسي:	بكر، شيماء منصور عبدالفضيل
المجلد/العدد:	ع24
محكمة:	نعم
التاريخ الميلادي:	2017
الشهر:	فبراير
الصفحات:	74 - 90
رقم MD:	1157989
نوع المحتوى:	بحوث ومقالات
اللغة:	Arabic
قواعد المعلومات:	EduSearch
مواضيع:	ما وراء المعرفة، تنمية المهارات، مهارات التفكير، البرهان الهندسي، التربية العملية
رابط:	http://search.mandumah.com/Record/1157989



كلية التربية بالوادي الجديد
المجلة العلمية

فاعلية استراتيجية مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية
مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية

إعداد

أ/ شيماء منصور عبد الفضيل بكر

معيدة بقسم المناهج وطرق التدريس

تخصص مناهج وطرق تدريس الرياضيات

العدد الرابع والعشرون - فبراير ٢٠١٧

مقدمة:

يشهد العالم في الوقت الحالي تدفقاً سريعاً في المعرفة، وتطوراً في فروع العلم المختلفة، ومن أكثر العلوم تطوراً هو علم الرياضيات؛ لما له من فضل في تقدم العلوم الأخرى من خلال تطبيقاته الكثيرة التي تساعد في تقدم مجالات المعرفة؛ وذلك لأنه علم يرتبط كثيراً بمعظم العلوم، والهندسة كفرع من فروع الرياضيات تحتل مكانة متميزة بين العلوم المختلفة عامة، وفروع الرياضيات خاصة؛ وذلك لما لها من تطبيقات واضحة في الحياة العملية، ولما تثيره من أفكار، وما تنميه من مهارات.

فهو علم يحوي مفاهيم، وبنى، وتراكيب هندسية تتفاوت في درجة صعوبة ألفاظها، وغموض عباراتها لدى المتعلم، كما أنها تعد ركيزة للتدريب على التفكير المجرد من خلال ما تتضمنه من تعبيرات منطقية، واصطلاحات، وتعريف، ومسلمات، وفروض، ونظريات، وطرق للبرهان وعمليات وقواعد في إطار تنظيمي

دقيق. (دياب، ٢٠١١، ٤٤) (١)

لذا فإن تدريس مادة الهندسة بشكل صحيح يؤدي إلى تنمية مهارات التفكير، والكثير من المهارات ومنها مهارات البرهان الهندسي، وهو نمط للبرهان الرياضي الذي يختص بإثبات صحة النظريات، والنقائج، وحل المشكلات الهندسية، ويُظنر إليه على أنه سلسلة من الأنشطة العقلية والإجراءات المتتابعة منطقياً، يقوم بها المتعلم عند البرهنة على نظرية، أو إثبات، أو حل تمرين هندسي (حمادة، ٢٠١٣، ٢١٥). ومما يزيد من الاهتمام بتعليم مهارات البرهان الرياضي، اعتباره من الأهداف المهمة لتدريس الرياضيات بالمدرسة الإعدادية، ومن تلك الأهداف عدم التسرع في إصدار الأحكام قبل إقامة الدليل والبرهان على صحة الأقوال، وذلك أحد المكونات المتضمنة لمهارات البرهان الرياضي، كما أن تنمية مهارات وقدرات الطلاب للتعامل مع البرهان واستخدام الجدول المنطقي من أهم معايير تعليم الرياضيات المدرسية (عيسوي، ٢٠٠٩، ٣).

وقد أشارت كثير من الدراسات إلى أن الطرق والأساليب التي يتم من خلالها تعليم موضوعات الهندسة أدى إلى عدم تنمية الأساليب المناسبة في التفكير لدى المتعلمين أثناء حل التمارين والمشكلات الهندسية، وعدم إتاحة الفرصة أمام التلاميذ لتعلم الهندسة على نحو ذي معنى؛ لذا فإنه لا بد من استخدام استراتيجيات تحسن من تدريس الهندسة، وتزيد من تحصيل المتعلم وتنمي مهارات التفكير لديه عند تعلمها ومن بينها استراتيجيات ما وراء المعرفة، حيث تسعى إلى توعية المتعلم بما يستخدمه من أنماط تفكير في ضوء إدراكه لأساليب التحكم والضبط والسيطرة على عمليات التعلم أو توجيه أو تنظيم أو تقويم تلك العمليات، وذلك من أجل فهم أو استيعاب مضامين التعلم.

وتعد استراتيجيات ما وراء المعرفة واحدة من المؤثرات الأساسية في امتلاك المتعلمين لمهارات ما وراء المعرفة، فهذه الاستراتيجيات تؤدي إلى تحسين أدائهم في تعلم مقرراتهم، حيث إنها تقوم بدور مهم في زيادة الوعي والإدراك، واكتشاف المهارات المتعددة، وتساعد في تنظيم ومراقبة عملية التعلم، وتخطيط ومراقبة الأنشطة المعرفية والتأكد من تحقيق أهداف هذه الأنشطة. (المالكي، ٢٠١١، ٦٦-٦٧)

مشكلة البحث:

الشعور بمشكلة البحث: يُعد تعلم الهندسة مشكلة أمام بعض المتعلمين، ويتجلى ذلك بوضوح في المرحلة الإعدادية؛ حيث تدني مستوى تحصيل التلاميذ، وشكوى المعلمين وأولياء الأمور، وقد يرجع هذا إلى أسباب كثيرة؛ والتي ربما يكون منها استخدام الطرق التقليدية في التدريس من قبل المعلم، والتي تهتم بالحفظ والتلقين؛ مما أثر ذلك على قدرتهم على البرهان المنطقي والتفكير في حل تمارين الهندسة.

^١ التوثيق في هذا البحث باستخدام نظام (American psychological Association APA)

وقد ظهرت المشكلة من خلال الآتي:

١. أفاد معظم المعلمين أنهم يستخدمون استراتيجيات المحاضرة وأحياناً المناقشة، وأن التلاميذ يحفظون حل المسائل، وحين يفاجئون بمسائل خارج إطار ما حفظوه يصاب بعضهم بالعجز.
 ٢. كما أوضح بعض المعلمين أن التلاميذ لا يهتمون بفهم ما يقومون به من عمليات البرهنة، ويقومون بكتابة البرهان بطريقة عشوائية ويسجلون برهان المعلم كما هو، وبعضهم لا يتمكن سوى من تحديد المعطيات والمطلوب.
 ٣. كما ذكر المعلمون أن مقرر الهندسة يحتاج إلى وقت كبير لتدريب المتعلمين على أفكار كثيرة وكتابة البرهان الهندسي بمهارة، وهذا لا يتوفر لديهم لأنهم ملتزمون بإنجاز المنهج في وقت محدد.
 ٤. كما ذكر بعض الموجهين أن هناك معلمين يقومون بكتابة البرهان على السبورة دون ترك فرصة للتلاميذ للتفكير، ومحاولة للربط بين المعطى والمطلوب، واستنتاج الحل أو كتابة البرهان بأنفسهم.
- ثالثاً- أعدت الباحثة اختبار في مادة الهندسة، وتم تطبيقه على مجموعة من تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؛ لمعرفة مدى امتلاك التلاميذ لمهارات البرهان الهندسي وقد تم التوصل إلى:
- عدم قدرة بعض التلاميذ على تحديد المعطيات والمطلوب بدقة، كما قام بعضهم عند البدء في كتابة البرهان بسرده جميع المعطيات دون أي استنتاجات.
 - كتب بعض التلاميذ الحل النهائي للمسألة دون كتابة أي خطوات للحل، حيث لا يفضل معظمهم كتابة البرهان في خطوات متسلسلة، مما يصعب معه الاستنتاج السليم للبرهان، وقام بعضهم بكتابة القانون الذي يمكن من خلاله حل المسألة ولكنهم لم يتمكنوا من استخدامه. - لم يتمكن معظم التلاميذ من كتابة البرهان بشكل سليم من حيث المنطق والاستنتاج.
 - كما لم يتمكن معظم التلاميذ من كتابة الرموز الرياضية بشكل سليم.
- رابعاً- من الدراسات التي تناولت مشكلة تدني مهارات البرهان الهندسي اتضح أن:
- دراسة حمادة (٢٠١٣) والذي طبق اختبار في الهندسة يتضمن تمارين هندسية تحتاج للبرهنة، وكان من نتائج تطبيق الاختبار ما يلي: هناك قصور في فهم التمرين، وتحديد المعطى والمطلوب بدقة، العشوائية في الحل، بناء بعض البراهين وفق خطوات غير منطقية، والقفز إلى كتابة المطلوب، عدم الترتيب في بناء فكره التمرين واستنتاج البرهان. دراسة دياب (٢٠١١) حيث قام بتطبيق اختبار في البرهان الهندسي على مجموعة من الطلاب، وتوصل إلى أن هناك انخفاضاً في مستوى أدائهم في برهنة التمارين الهندسية؛ مما ينتج عنه انخفاض في مستوى تحصيلهم. دراسة عيسوي (٢٠٠٩) والذي أجرى دراسة استطلاعية توصل منها إلى: أن هناك قصوراً لدى الطلاب في مجموعة من المهارات من أهمها تحديد المطلوب والمعطيات، وفي تحديد العمليات أو القوانين الواجب تطبيقها، وتحديد وتنفيذ الخطوات الصحيحة التي تؤدي للحل، والخلط في بعض التعميمات الهندسية، والقصور في ترجمة المعطى إلى صورته رمزية، أو رسم توضيحي.
- تحديد مشكلة البحث: من خلال الملاحظة ونتائج الدراسة الاستطلاعية، والدراسات السابقة اتضح وجود ضعف في بعض مهارات البرهان الهندسي لدى بعض تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، وقد يعود هذا الضعف إلى استخدام

فاعلية استراتيجيات مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية "دراسة ميدانية" شيماء منصور عبدالفضيل بكر

الطرق التقليدية في التدريس من قبل المعلم، واعتماد التلاميذ على حفظ النظريات الهندسية، وحل مشكلاتها بطريقة روتينية، لذا فإن مشكلة البحث الحالي تتحدد في ضعف مستوى بعض تلاميذ الصف الثاني الإعدادي في بعض مهارات البرهان الهندسي، ومن ذلك سيجاول البحث الحالي تنمية هذه المهارات من خلال استخدام الاستراتيجية المقترحة.

أسئلة البحث: يحاول البحث الحالي الإجابة عن السؤال التالي:

1- ما فاعلية استراتيجيات مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة لتنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية؟

هدف البحث:

1- قياس فاعلية استراتيجيات مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة لتنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية.

فرض البحث:

1- يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى (0,01) بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعة البحث في التطبيق القبلي والتطبيق البعدي لاختبار مهارات البرهان الهندسي لصالح التطبيق البعدي.

أهمية البحث: قد يفيد البحث الحالي فيما يلي:

1- بالنسبة للتلاميذ: تساعد التلاميذ على تنمية بعض مهارات البرهان الهندسي باستخدام الاستراتيجية المقترحة، وتقديم كراسة الأنشطة والتدريبات للتلميذ.

2- بالنسبة للمعلمين: مساعدتهم على التدريس وفق الاستراتيجية المقترحة من خلال تقديم مرجع وحدة مصاغ وفقًا للاستراتيجية المقترحة، مد المعلم بقائمة لبعض مهارات البرهان الهندسي، التي يوجد ضعف بها لدى التلاميذ، حيث يمكن أن يستخدمها كأحد المخرجات التربوية التي يجب الاهتمام بها أثناء عملية التدريس.

3- بالنسبة لمخططي ومصممي المقررات الدراسية: يمكن تصميم محتوى الكتب الدراسية، وأنشطتها، ووسائل تقويمها في ضوء الاستراتيجية المقترحة، قد تساعد في تصميم المقررات الجامعية والمناهج المدرسية على حد سواء بما يتوافق مع استراتيجيات ما وراء المعرفة وذلك لتخطي الفجوة بين النظرية والتطبيق.

4- بالنسبة للباحثين وطلاب الدراسات العليا: تقديم اختبار مهارات البرهان الهندسي، تقديم إطار نظري في استراتيجيات ما وراء المعرفة والبرهان الهندسي، تقديم مواد متمثلة في دليل مرجع وحدة وأنشطة وتدريبات التلميذ.

حدود البحث: يقتصر تطبيق البحث الحالي على:

1- مجموعة من تلاميذ الصف الثاني الإعدادي بإحدى مدارس الخارجة محافظة الوادي الجديد مقر عمل الباحثة.

2- التطبيق في مقرر الهندسة في وحدة متوسطات المثلث في الفصل الدراسي الأول.

3- تنمية بعض مهارات البرهان الهندسي (التخطيط للبرهان، استنتاج البرهان وكتابته، تقويم البرهان).

4- الاستراتيجية المقترحة في ضوء استراتيجيات (التساؤل الذاتي، النمذجة، التنظيم الذاتي وما وراء المعرفة).

منهج البحث: سوف يستخدم البحث الحالي المنهج شبه التجريبي ذي التصميم التجريبي القائم على استخدام مجموعة واحدة، حيث يتم قياس التغير في التطبيق البعدي لأدوات البحث عن التطبيق القبلي لها، ويُعزى التغير إلى فاعلية الاستراتيجية المقترحة من عدمها.

مواد وأدوات البحث:

1- مرجع وحدة للمعلم في وحدة متوسطات المثلث للصف الثاني الإعدادي وفقًا للاستراتيجية المقترحة.

2- كراسة تدريبات وأنشطة التلميذ.

3- اختبار مهارات البرهان الهندسي.

"إعداد الباحثة"

مصطلحات البحث:

مهارات البرهان الهندسي: عرفها عزو عفانه بأنها بناء منظم يقوم على أسس منطقية في الوصول إلى استنتاج محدد أو عدة استنتاجات، حيث يبدأ هذا البناء من مقدمات منطقية، ترتبط فيما بينها بعلاقات محددة للوصول إلى نتيجة معينة أو عدة نتائج، كما تتكون هذه الأبنية من جمل هندسية لها مبررات منطقية مقبولة مثل (التعريف، المسلمة، المعطى...)، أو أنها تتكون من جمل هندسية مشتقة من مضامين معينة أولية سابقة (نظريات هندسية، مفاهيم هندسية...) (عفانه، ٢٠٠١، ٦-٧). ويعرف معجم المصطلحات التربوية والنفسية "البرهنة الرياضية بأنها عبارة عن معالجة لفظية أو رمزية، تتمثل في تتابع من العبارات تستنبط كل منها من سابقتها، مستندة على شواهد وأدلة معترف بصحتها مثل النظريات والمسلمات ومعطيات وأساليب استدلالية يقرها المنطق، والبرهان الرياضي يقصد به سلسلة من العبارات لبيان صحة نتيجة معينة عن طريق استخدام الاستدلال والمنطق، وتقديم الدليل استناداً إلى نظرية أو مسلمة، ويكون لكل خطوة في البرهان تفسير، وتعليل رياضي وفق المنطق" (شحاته والنجار، ٢٠٠٣، ٧٩)

ويقصد بمهارات البرهان الهندسي في هذا البحث أنها مجموعة من الإجراءات والخطوات المتتابعة التي يقوم بها تلميذ الصف الثاني الإعدادي لحل تمرين هندسي من خلال (التخطيط للبرهان، واستنتاج البرهان، وكتابته وتقويم البرهان) ويقاس بالدرجة الكلية التي يحصل عليها التلميذ في اختبار مهارات البرهان الهندسي. استراتيجيات ما وراء المعرفة: عُرِّفت من قبل الموسوعة العربية لمصطلحات التربية أنها: "إحدى أنواع استراتيجيات التعلم غير المباشرة، وهي عبارة عن أساليب وإجراءات يتبعها المتعلم؛ لكي تمكنه من التحكم في بيئته المعرفية، وتنسيق عملية التعلم، والاستفادة مما تعلمه في مواقف جديدة". (شحاته والنجار، ٢٠٠٣، ٤٢)، كما عرفت إيمان الرويثي بأنها إجراءات وسلوكيات يقوم بها المتعلم قبل التعلم، وفي أثناءه وبعده للتحكم في أنشطته المعرفية، وأساليب تعلمه، وزيادة قدرته على التنظيم الذاتي لما يقوم به من مهمات تعليمية بهدف مساعدته على استيعاب المعرفة بصورة جيدة، وتنمية مهارات التخطيط والمراقبة والتقييم لديه مما يُمكِّنه توجيه تفكيره بصورة تساعد على مواجهة التحديات المستقبلية (الرويثي، ٢٠٠٩، ٤٠). وهي مجموعة من الإجراءات التي يقوم بها التلميذ بهدف تحقيق متطلبات ما وراء المعرفة وهي معرفة طبيعية التعلم وعملياته وأغراضه والوعي بالإجراءات والأنشطة التي ينبغي القيام بها لتحقيق نتيجة معينة والتحكم الذاتي في عملية التعلم وتوجيهها. (زيدان، ٢٠٠٩، ٨).

الاستراتيجية المقترحة: هي مجموعة من الإجراءات التي يقوم بها المعلم والتلميذ لمساعدة الثاني لكي يكون لديه وعى بعمليات التعلم وحتى يكون قادراً على التخطيط وصياغة واستنتاج البرهان وكتابته وتقويم البرهان، ويقوم بالتقويم الذاتي، التنظيم، تعلم الأقران، والمراقبة الذاتية لتعلمه، وتتكون من المراحل الآتية: مرحلة التمهيد، مرحلة تقديم الدرس، مرحلة النمذجة بواسطة المعلم، مرحلة النمذجة بواسطة المتعلم، مرحلة تقديم النموذج والمراقب، مرحلة التأمل الذاتي.

الإطار النظري والدراسات السابقة للبحث:

مفهوم ما وراء المعرفة: يعرفه Favell بأنه: معرفة الفرد عن ما يتعلق بعملياته المعرفية ونواتج تلك العمليات والخصائص المتعلقة بطبيعة المعرفة والمعلومات لديه وكل ما يتعلق بها، وتسد إلى التقويم النشط وضبط وتنظيم هذه العمليات في ضوء المعلومات المعرفية والمعطيات، وبالتالي فإن ما وراء المعرفة يتجلى في كل نشاط عقلي من شأنه توجيه، أو متابعة، أو رصد، أو تقييم، أو تنظيم، أو مراجعة، أو إدارة هذا النشاط العقلي المباشر. (شحاته، ٢٠١٥، ٢٢-٢٣).

المعرفة وما وراء المعرفة: يعتبرهم الكثير عمليتين منفصلتين، وإن كانت الحقيقة أن ثمة علاقة قوية بين العمليتين، فالمعرفة وما وراء المعرفة عمليتان عقليتان، كما أن المعرفة مكتسبة، أما ما وراء المعرفة فهي تعبر

فاعلية استراتيجية مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية "دراسة ميدانية" شيماء منصور عبدالفضيل بكر

عن وعي الفرد، وإدراكه وفهمه لهذه المعرفة، ويمكن توضيح الفرق في الجدول (1) التالي: (بريك، ٢٠١٥، ٥٤)، (مازن، ٢٠١٢، ٣٤-٣٥)

جدول (1)
مقارنة بين المعرفة وما وراء المعرفة

أوجه المقارنة	المعرفة	ما وراء المعرفة
الأساس	المعرفة تعد الأساس لما وراء المعرفة.	إذا لم تحدث المعرفة فإن الثانية بالتبعية لن تتم.
الوظيفة	تقوم على معالجة الوارد الحسي ليخزن داخل العقل في صورة خبرات مرتبطة بموضوع معين يتم استدعاؤه عند الحاجة، فعندما يقوم الفرد بمحاولة فهم نص معين في كتاب فإنه يستعين باستراتيجياته المعرفية لتحقيق هذا الهدف.	تقوم على وعي وإدراك الفرد وفهمه بما يستخدمه من عمليات أثناء صناعة المعرفة فمثلاً عندما يدور حوار داخلي لديه ليتأكد من فهمه من عدمه لنص قرأه فإنه يمارس ما وراء المعرفة.
المحتويات	تتضمن الإدراك والفهم والتذكر.	تتضمن تفكير الفرد في تلك المعرفة وكيفية إدراكه لها، وبالتالي تشمل على جميع المعارف المتنوعة من وراء الإدراك وما وراء الفهم وما وراء الذاكرة.
العمليات المعرفية	وتستخدم العمليات المعرفية على نحو مباشر من المهمات لتحقيق هدف معين.	تستخدم العمليات ما وراء المعرفة للتخطيط للعمليات المعرفية، وكيفية تنفيذها ومراقبة حدوثها وتقييم نتائجها، أي التحقق من تحقيق الهدف.

وبالتالي فإن المعرفة هي وسيلة وعملية لاكتساب وفهم محتوى التعلم، بينما ما وراء المعرفة تشير إلى وعي المتعلم وإدراكه لتعلمه ووعيه عند تصميم خطة للحل وكيف سار عليها؟ وتقييمه لعمله للحكم على مدى جودته، وذلك لتحقيق الأهداف المرجوة.

استراتيجيات ما وراء المعرفة: هي عمليات متسلسلة يستخدمها الفرد للسيطرة أو التحكم في الأنشطة المعرفية التي يقوم بها أو عندما يخطط أو يراقب أو يقوم تعلمه ويكون المتعلم على وعي بكل العمليات السابقة. (مازن، ٢٠١٢، ١٣١-١٣٢)، وقد أشار بهلول أن استراتيجيات ما وراء المعرفة تتضمن إحدى وثلاثين استراتيجية وهي: (التساؤل الذاتي، تجميع المعلومات، المنظمات السابقة التمهيدية، خرائط المفاهيم، اقرء، أسأل نفسك، أعد الصياغة، النمذجة، التعلم التعاوني، استخلاص الاستنتاجات، التدريس المتبادلي، التلخيص، البنائية، عمل الأشكال التوضيحية، تباين، حدد، أضف، دوّن، ما أعرف - ما أريد أن أعرف - ما تعلمت) K.W.L، العصف الذهني، تنشيط المعرفة السابقة، علاقة السؤال و الجواب، التفكير بصوت مرتفع، خطة ما قبل القراءة، واستراتيجيات الفهم القرائي: متعددة المسارات ، إطارات نجم القصة / خريطة القصة، التدريس الوسيط ، دراسة النص القرائي بتمعن (REAP، (PARTS للفهم القرائي، SNIPS للفهم القرائي، PRSR للفهم القرائي، واستراتيجيات (PSQ5R، PQ4R، SQ3R، PROR) (بهلول، ٢٠٠٤، ١٨٣-١٥٨)

أولاد استراتيجيات التساؤل الذاتي Self-Questioning Strategy

تعرفها صفاء الأعسر أنها إحدى استراتيجيات التفكير فوق المعرفي، وهي عبارة عن سلسلة من الأسئلة وضعها فونتين Fountain لتنشيط عمليات ما وراء المعرفة لدى المتعلمين، والعمل على تنمية الوعي بعمليات التفكير لديهم، مما يجعلهم أكثر اندماجاً مع المعلومات التي يتعلمونها (الأعسر، ١٩٩٨، ١٦٨). كما يعرفها مجدي إبراهيم أنها مجموعة من الأسئلة التي يطرحها المتعلم على نفسه لزيادة فهم الموضوع (النشاط) المدروس قبل دراسته، وأثناءه، وبعده، مستعيناً برووس مجموعة من الأسئلة تم إعدادها بواسطة المعلم؛ ليسترشد بها المتعلم، وينتج على نمطها بعض الأسئلة التي تساعد في فهم الموضوع (إبراهيم، ٢٠٠٥، ٧٠)

فاعلية استراتيجيات مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية "دراسة ميدانية" شيماء منصور عبدالفضيل بكر

مراحل تنفيذ استراتيجيات التساؤل الذاتي: أشار بهلول أنه يمكن تنفيذ التساؤلات الذاتية كما في جدول (٢)

جدول (٢)

مراحل التساؤلات الذاتية (بهلول، ٢٠٠٤، ١٩١)

مراحل التساؤلات الذاتية	
مرحلة ما قبل التعلم	مرحلة ما بعد التعلم
١ ماذا سأفعل؟ (صنع نقطة للتركيز)	مرحلة ما بعد التعلم ما الأهداف التي تحققت مقارنة بما هو مستهدف؟ (تقييم مدى تحقق الهدف)
٢ لماذا سأفعل هذا؟ (تحديد الهدف)	ما جدوى ما فعلت؟ (الحكم على دقة النتائج وكفائتها)
٣ لماذا يعد هذا الذي سأفعله مهما؟ (وجود سبب للقيام به)	هل الخطة التي وضعتها مناسبة لبلوغ الهدف؟
٤ ما الخطوات المقترحة حول تنفيذي لهذا العمل؟ (ترتيب تسلسل الخطوات)	هل يجب أن انتقل إلى خطوة أخرى في خطة العمل الذي أقوم به؟ (الحفاظ على تسلسل الخطوات)
٥ هل يمكن أن تواجهني بعض الصعوبات أثناء تنفيذي لهذا العمل؟ (تحديد الصعوبات والأخطاء المحتملة)	هل هناك أي صعوبات متوقعة أو غير متوقعة تواجهني؟ (اكتشاف العقبات والأخطاء)
٦ هل يمكنني التغلب على هذه الصعوبات؟ (تحديد أساليب مواجهة الصعوبات والأخطاء)	كيف يمكن التغلب على هذه الصعوبات من أجل بلوغ الهدف؟ (معرفة كيفية التغلب على الصعوبات)

مميزات استخدام استراتيجيات التساؤل الذاتي: تساعد المتعلم على:

- ١- تنمية مهارات اللغة لديه مثل الفهم القرائي، والتفكير، والطلاقة، والمرونة، والإبداع، والبحث.
- ٢- تذكر ومعالجة المواد التي أنتجها بنفسه، والوعي بعمليات تفكيره، وتحديد نقاط القوة والضعف لديه.
- ٣- أن يصبح موجهاً ذاتياً بصورة أفضل، ويحسن من عمليات تشفيره للمعلومات، وأداء العمليات العقلية المختلفة عند استقبال وفهم وحفظ وتخزين واستدعاء وإنتاج المعلومات. (شحاته، ٢٠١٥، ٢٥٨)
- ٤- تساعد على التحوار وعرض ما يعرفونه، وتشجعهم على التعلم التعاوني، وبالتالي يصبحون أكثر كفاءة.
- ٥- التوقف والتفكير في العناصر المهمة في المادة التي يتعلمونها ومساعدتهم في التنبؤ بأشياء جديدة حتى يصبحون أكثر امتلاكاً لزماد الموضوع، وذلك من خلال تحليلهم له. (المليجي وشرف الدين، ٢٠١٤، ٩٤-٩٥)
- ٦- تساعد على التأمل في تفكيرهم ومراجعة تفكيرهم ومراجعة خططهم وتقييم ما أنجزوه.
- ٧- تنمي مهارة الاستماع للآخرين، وهم يحاولون نقل أفكارهم، والتفكير بصوت مرتفع.
- ٨- كما تعطى فرصة للمتعلمين بالمشاركة الإيجابية داخل الفصل.

من الدراسات السابقة التي أشارت بأهمية استراتيجيات التساؤل الذاتي:

دراسة عطا الله (٢٠١٥) هدفت إلى قياس فاعلية استراتيجيات التساؤل الذاتي في تنمية مهارات حل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية استراتيجيات التساؤل الذاتي في تنمية مهارات حل المشكلة الرياضية. دراسة علي (٢٠١٥) هدفت إلى معرفة أثر استراتيجيتي روبنسون والتساؤل الذاتي في تنمية الفهم القرائي لدى تلامذة الصف السادس الابتدائي، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية استراتيجيتي روبنسون والتساؤل الذاتي في تنمية الفهم القرائي. دراسة فلاته (٢٠١٤) هدفت إلى التعرف على فاعلية استراتيجيتي

فاعلية استراتيجية مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية "دراسة ميدانية" شيماء منصور عبدالفضيل بكر

التساؤل الذاتي والتدريس التبادلي في تنمية التحصيل الدراسي ومهارات التفكير التأملي لدى طالبات مقرر طرق تدريس التربية الإسلامية بجامعة أم القرى، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية الاستراتيجيتين في تنمية التحصيل والتفكير التأملي. دراسة جاسم ومحمد (٢٠١٣) هدفت إلى قياس فاعلية استراتيجية التساؤل الذاتي في تحصيل طالبات الصف الثاني متوسط في مادة الرياضيات وذكاءاتهن المتعددة، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية استراتيجية التساؤل الذاتي في تنمية التحصيل وأخفقت في تنمية مهارات الذكاءات المتعددة. دراسة الشهري (٢٠٠٧) هدفت إلى التعرف على فاعلية استخدام استراتيجية التساؤل الذاتي، والتفكير بصوت مرتفع، والنمذجة لتنمية مهارات حل المشكلة واختزال القلق الرياضي لدى طلاب الكلية التقنية بأبها، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية الاستراتيجيات السابقة في تنمية مهارات حل المشكلة واختزال القلق الرياضي.

من الدراسات السابقة استخدمت استراتيجية التساؤل الذاتي في مراحل تعليمية مختلفة، فهي لا تختصر على مرحلة تعليمية بعينها، أوفي مواد دراسية بعينها، وإنما تصلح لجميع المراحل التعليمية، وقد أشارت جميعها بأهمية استراتيجية التساؤل الذاتي في تنمية مهارات عديدة منها مهارات حل المشكلات الرياضية وتنمية الفهم القرآني والتحصيل ومهارات التفكير التأملي ومهارات الذكاءات المتعددة واختزال القلق الرياضي وغيرها من المهارات. ثانياً -استراتيجية النمذجة: هي استراتيجية اقترحها كل من ولن وفيليبس، وهي مهمة لتطوير الإدراك فوق المعرفي والمهارات فوق المعرفية، فالنمذجة تستوجب على أن يقدم المعلم نماذج فوق معرفية في الحياة اليومية والمدرسة، ويتم نمذجة الاستراتيجيات والمهارات من قبل المعلم للطلاب في حالة احتياجهم لها (إبراهيم، ٢٠٠٥، ١٤٧). وتعد من الاستراتيجيات التي تؤثر في عدد كبير من التلاميذ، إذ يقوم المعلم بتوضيح تفكيره بصوت مرتفع، فإن "عبارة فكر كما تراني أفكر" أقوى من "أعمل ما أقوله" (خطاب، ٢٠٠٧، ١٢٢). وهي تلك الاستراتيجية التي يقوم فيها المعلم بإبراز مهارات التفكير فوق المعرفي عن طريق إيضاح سلوكياته أثناء قيامه بحل المشكلات، وتوضيح أسباب اختيار كل خطوة من خطوات الحل وكيفية تنفيذ كل عملية، ويقود طلابه إلى التخطيط والتنفيذ مستخدماً الاستجاب الذاتي؛ ليعبر لفظياً أو كتابياً عما يفكر فيه. (صديق وآخرون، ٢٠٠٥، ٥٤٤).

مراحل استراتيجية النمذجة:

تقديم المهارة: وتقدم المهارة للمتعلمين من قبل المعلم مباشرة أو من خلال المادة العلمية وتتضمن تعريفاً للمهارة، وعمليات التفكير المتضمنة فيها وتوضيحاً لها بأمثلة مع عرض الأخطاء التي قد يقع فيها المتعلمون وكيفية التغلب عليها، كما يتم فيها توضيح الهدف، وربط الدرس الحالي بالخبرات السابقة للمتعلم. -النمذجة بواسطة المعلم: تعد من الأساليب الأكثر تأثيراً على التلاميذ؛ لأن التلميذ يتعلم بتقليد الراشدين والمعلم يقدم نموذجاً للعمليات العقلية، ويعبر عنها بالتفكير بصوت مرتفع فيقوم بالتعبير اللفظي لكل ما يدور في عقله. -النمذجة بواسطة المتعلم: من أهم مكونات هذا المدخل هو أن يوضح المعلم لطلابه كيف يفكر هو في حل المشكلات بدلاً من إعطائهم الإجابات، وعلى المعلم أيضاً أن يظهر لهم اهتمامه بأفكارهم ومدخلهم، ويكون على دراية بالصعوبات التي تواجههم، كما يمكن أن يقوم أحد الطلاب بدور النموذج بعد أن يعد لدوره ويتدرب عليه ليحل مشكلة أو يناقش موضوع معبراً عن ذلك بصوت مرتفع، حيث إنه يمسرح الموقف أو المهمة التعليمية أمام زملائه، فهو يسأل نفسه ويخطأ بشكل مقصود ويصحح خطأه، وقد يكون هناك طالب آخر يقوم بدور المراقب له ويتولى متابعته وتبنيه في حالة الخطأ. (تميم، ٢٠١٣، ١٨-١٩)

الدراسات السابقة التي أشارت بأهمية استراتيجية النمذجة ومنها:

دراسة مدين (٢٠١٥) والتي هدفت إلى قياس أثر استراتيجية النمذجة على تنمية مهارات ما وراء المعرفة اللازمة لحل المشكلات الجبرية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية استراتيجية النمذجة في تنمية مهارات ما وراء المعرفة لحل المشكلة الجبرية. دراسة خطاب (٢٠٠٧) والتي هدفت إلى التعرف على أثر استخدام استراتيجية النمذجة في الرياضيات على التحصيل وتنمية مهارات التفكير الإبداعي لدى تلاميذ الحلقة

الثانية من التعليم الأساسي، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية استراتيجية النمذجة في تنمية التحصيل ومهارات التفكير الإبداعي. دراسة الشهري (٢٠٠٧) والتي هدفت إلى استخدام استراتيجيات ما وراء المعرفة (النمذجة والتساؤل الذاتي والتفكير بصوت مرتفع) في تدريس الرياضيات لتنمية مهارات حل المشكلة واختزال القلق الرياضي لدى طلاب الكلية التقنية بأبها، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات حل المشكلة واختزال القلق الرياضي. دراسة حسب الله (٢٠٠٥) والتي هدفت إلى برنامج قائم على استراتيجيات ما وراء المعرفة (النمذجة، KWL) على تنمية مهارات تدريس حل المشكلات الرياضية لدى الطالبات المعلمات بكلية المعلمين، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية البرنامج.

من خلال الدراسات السابقة نجد أنها تشير إلى أهمية استراتيجيات النمذجة ودورها في تنمية الكثير من المهارات، فهي تعطي فرصة للمتعلمين للتعرف على تفكير المعلم وما وراء معرفي ونمذجتهم لطريقته. استراتيجيات التنظيم الذاتي لما وراء معرفي: أشار إسماعيل إلى أن الدراسات التي أجريت منذ بداية السبعينات حول ما وراء المعرفة توصلت إلى تحديد عدد من الاستراتيجيات الرئيسة التي تقوم بإدارة نشاطات التفكير وتوجيهها عندما ينشغل المتعلم في موقف حل مشكلة، وهذه الاستراتيجيات تتضمن عددًا من الاستراتيجيات بداخلها، ويمكن تحديد استراتيجيات ما وراء المعرفة في الاستراتيجيات الرئيسة التالية: استراتيجية التخطيط، استراتيجية التنفيذ والتنظيم، استراتيجية المراقبة والتحكم، استراتيجية التقييم (إسماعيل، ٢٠١٣، ٢٣١). استراتيجية التخطيط: هي مجموعة من الإجراءات العقلية الواعية، والمقصودة، والمنظمة بشكل دقيق، والتي يبدئها المتعلمون عند البدء بالتخطيط لمهمة ما، وهي استراتيجية تتعلق بتحديد الأهداف المرجحة للتعلم، ووضع جداول المذاكرة، أو خطط يتم من خلالها دراسة مادة معينة؛ فتساعد تلك الاستراتيجيات المتعلمين أن يقرروا أين ومتى يطبقون استراتيجيات معينة، وتشجعهم على استخدام عمليات منظمة ذاتيًا. (زروقي وعبد الكريم، ٢٠١٥، ٢٢٠)، وهي تتضمن جملة من القواعد والمهارات الفرعية التي توجه إجراءات المتعلم في سعيه لتخطيط خبرات التعلم الصفي وتحقيق النتائج المقصودة، ويمكن للمتعلم أن يستخدم هذه المهارات في أثناء تخطيطه لخبرات التعلم والمواقف التي سيتفاعل معها بهدف إنماء أبنيتهم المعرفية وتطويرها (إسماعيل، ٢٠١٣، ٢٣٢).

ومن إجراءات استراتيجية التخطيط: تحديد الهدف، أو الشعور بوجود مشكلة، اختيار استراتيجية التنفيذ، ترتيب الخطوات-تحديد الخطوات المحتملة، تحديد أساليب مواجهة الصعوبات، التنبؤ بالمشكلات (تميم، ٢٠١٥، ٦٢٦). استراتيجية المراقبة والتحكم: تشير إلى مراقبة المتعلم لعمليات الفهم قبل، وأثناء، وبعد إنجاز المهمة التعليمية، والوعي بكل المراحل، ومراقبة مدى التزامه بها أثناء تنفيذ الحل، وتعديل المسار ذاتيًا للحصول على أفضل النتائج (المالكي، ٢٠١١، ٦٨). وهي تلك الاستراتيجيات التي تساعد المتعلم على الفحص بشكل متتالي، هل يعي ما يقرأ؟ وهل يحتاج إلى مزيد من المعلومات لفهم أعمق؟ مما يساعده على اتخاذ القرارات المناسبة للاستمرار في العمل ومعالجة الصعوبات (الفلمباني، ٢٠١١، ٣٣). وتسهم استراتيجيات المراقبة والتحكم في تحقيق عدد من الأهداف منها ما يلي: مساعدة المتعلمين على تذكر المهارات التي تعلمها، واستحضار الخبرات السابقة-تحديد وقتها للمراجعة والتنظيم تزويد المتعلمين بالتلميحات التي تساعد وتسهل عملية ترتيب المهارات، تهيئة الفرص والمواقف الصفية التي يصل فيها المتعلمون إلى إيجاد الخصائص المشتركة بين المعلومات والوصول إلى درجة الاستيعاب لها. (إسماعيل، ٢٠١٣، ٢٤٤)

استراتيجية التقويم الذاتي: هي استراتيجية ضرورية لاتخاذ قرار للحكم على عمليات التعلم، حيث تزود المتعلم ببيانات تتعلق بمستوى أدائه ونجاحه، وتزوده بمعلومات تساعده على بناء خطة لتطوير نفسه، كما تعبر عن مدى كفاية المتعلم في تحديد، واختيار، وصياغة أهدافه التعليمية، ومدى استخدامه لاستراتيجيات وأساليب مناسبة (إسماعيل، ٢٠١٣، ٢٤٧). إجراءات استراتيجية التقويم الذاتي: (تقييم مدى تحقق الأهداف، الحكم على كفاية النتائج والتدقيق فيها، تقويم مدى مناسبة الخطوات المتبعة ومعالجة المشكلات والأخطاء، الحكم على مدى فاعلية الخطة وتنفيذها) (زروقي وعبد الكريم، ٢٠١٥، ٢٢٣)، (تميم، ٢٠١٥، ٦٢٨)

أشارت دراسات كثيرة بأهمية تلك الاستراتيجيات ومنها: دراسة تميم (٢٠١٥) هدفت إلى قياس فاعلية برنامج قائم على استراتيجيات ما وراء المعرفة (استراتيجية التخطيط، المراقبة الذاتية، التقويم)؛ لتنمية مهارات الكتابة الإقناعية لدى طلاب المرحلة الثانوية، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية البرنامج في تنمية مهارات الكتابة الإقناعية. دراسة الحسن (٢٠١٥) هدفت إلى تحري أثر التدريب، والحث على استخدام استراتيجيات ما وراء المعرفة على التحصيل الأكاديمي والوعي ما وراء المعرفة والرضا الوظيفي في مقرر إلكتروني في مرحلة البكالوريوس، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية التدريب على التحصيل والوعي بما وراء المعرفي وأثرت تأثيراً طفيفاً على الوعي الوظيفي. دراسة الفلماني (٢٠١١) هدفت إلى قياس فاعلية برنامج تدريبي قائم على مهارات ما وراء المعرفة (التخطيط، المراقبة، التقويم) في تنمية مهارات حل المشكلات لدى منخفضي التحصيل من تلاميذ الصف الأول الإعدادي، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية البرنامج في تنمية مهارات حل المشكلات. دراسة زيدان (٢٠٠٩) هدفت إلى معرفة أثر برنامج تعليمي في تنمية استراتيجيات ما وراء المعرفة لدى طلبة قسم الكيمياء الصف الرابع في جامعة الموصل وكذلك التعرف على الفروق بين المجموعتين في (استراتيجية التخطيط، استراتيجية المراقبة، استراتيجية التقويم)، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية البرنامج ولم تظهر فروق دالة في استراتيجية التخطيط بينما كانت الفروق دالة بين المجموعتين في كل من استراتيجية المراقبة والتقويم.

نلاحظ من الدراسات السابقة أهمية استخدام استراتيجيات التنظيم الذاتي لما وراء المعرفة ودورها في تنمية الكثير من المهارات؛ وذلك لأنها تساعد المتعلمين في القدرة على التخطيط والمراقبة والتقويم.

ثانياً- البرهان الهندسي ومهاراته:

أشار كرانتز استيفن g Krantz Steven أنه لا يوجد أي تخصص علمي أو تحليلي آخر يستخدم البرهان بسهولة وبشكل روتيني كما في الرياضيات، فالبرهان جعل النظريات الخاصة بالرياضيات سلسلة متماسكة بإحكام من المنطق بعد القواعد المنطقية الصارمة، وهذا يؤدي حتماً إلى استنتاج معين أن البرهان دليل في إظهار الحقيقة المطلقة وغير قابلة للنقض (Krantz، ٢٠٠٧، ١).

تعريف البرهان الهندسي:

ويعرف معجم المصطلحات التربوية والنفسية البرهنة الرياضية بأنها عبارة عن معالجة لفظية أو رمزية، تتمثل في تتابع من العبارات تستنبط كل منها من سابقتها، مستندة على شواهد وأدلة معترف بصحتها مثل: النظريات، والمسلمات، ومعطيات بأساليب استدلالية يقرأها المنطق (شحاته والنجار، ٢٠٠٣، ٧٩). والبرهان الهندسي نمط للبرهان الرياضي الذي يختص بإثبات صحة النظريات والنتائج وحل المشكلات الهندسية، ويُنظر إليه على أنه سلسلة من الأنشطة العقلية والإجراءات المتتابعة منطقياً يقوم بها المتعلم عند البرهنة على نظرية أو إثبات تمرين هندسي. (حمادة، ٢٠١٣، ٢١٥)

مهارات البرهان الهندسي:

عرفها حبيب بأنها مجموعة من الإجراءات والعمليات العقلية تتضمن عمليات التخطيط للبرهان من خلال تحديد المعطيات والمطلوب على الرسم، البدء في تحليل المطلوب بهدف الوصول للفكرة، وصياغتها في صورة خطوات متسلسلة. (حبيب، ٢٠١٢، ٢٨٥). وهي الإجراءات والخطوات التي قد يتبعها المتعلم للوصول إلى استنتاجات محددة عند القيام ببرهنة النظريات والتمرين الهندسية، أو تحليل بعض الخواص المعطاة لوضع تصور لخطة عامة توصل إلى النتائج المطلوبة. (عفانة، ٢٠٠١، ٧)

وعرفها متولي بأنها سلسلة من الأدعاءات المتتابعة التي يقوم بها التلميذ بدقة عندما يتعرض لمشكلة رياضية أو إثبات صحة قضية ما مستخدماً المنطق، وتقديم الأدلة، والشواهد، ومستنداً إلى مكرنات النظام الرياضي من مسلمات ونظريات ونتائج مقبول بصحتها... (متولي، ٢٠٠٦، ١٨٣)

تصنيف مهارات البرهان الهندسي:

اتفق كل من (عفانة، ٢٠٠١، ٧، إبراهيم، ٢٠٠٤، ١٥، متولي، ٢٠٠٦، ٢١٠) في تصنيفهم لمهارات البرهان الهندسي في عدة مهارات وهي: (تحديد المعطيات والمطلوب في المسألة، رسم شكل هندسي، استنتاج مضامين وعلاقات هندسية، صياغة الفكرة العامة للحل).

-وأضافت دراسة إبراهيم مهارة تصحيح البرهان الخاطئ مع ذكر السبب، ودراسة إبراهيم ومتولي مهارة تحديد العمل اللازم لإكمال البرهان.

- كما صنف (عيسوي، ٢٠٠٩، ١٦، حمادة، ٢٠١٣، ٢٢٩) مهارات البرهان إلى:

(مهارة التخطيط للبرهان، مهارة بناء واستنتاج البرهان، مهارة صياغة البرهان)

فصنف عيسوي المهارات كالتالي: مهارة التخطيط للبرهان (تحديد المعطيات رمزيًا، التمثيل الهندسي للمعطيات -تحديد المطلوب رمزيًا -صياغة فكرة الحل)، مهارات بناء تنبؤات البرهان: الاستنتاج من المعطيات، الاستنتاج من الشكل الهندسي، الاستنتاج من استنتاجات تم التوصل إليها، مهارات صياغة البرهان: الصياغة الرياضية، الصياغة اللفظية.

- وصنفها حمادة إلى: مهارات التخطيط للبرهان الهندسي (تحديد المعطيات في صورة رمزية، تحديد المطلوب في صورة رمزية، ترجمة الصورة اللفظية في شكل هندسي)، مهارات استنتاج العلاقات (التوصل للفكرة العامة للحل، اشتقاق استنتاجات مفيدة من المعطيات، اشتقاق نتيجة جديدة من خطوة سابقة لها-الربط بين نتيجتين سابقتين للوصول إلى نتيجة جديدة)، مهارة صياغة البرهان الهندسي: -التعبير الكتابي لما توصل إليه من نتائج، مهارات تقويم البرهان: مراجعة كل خطوة من خطوات البرهان للتأكد من صحتها.

- من خلال الدراسات السابقة وتصنيفاتها لمهارات البرهان الهندسي وتحليل محتوى الهندسة للصف الثاني الإعدادي (الفصل الدراسي الأول)، ونتاجات الدراسة الاستطلاعية، فقد تم إعداد قائمة مبدئية بمهارات البرهان الهندسي والتي تضمنت المهارات الآتية:

أ-مهارة التخطيط: وتضمن (تحديد المعطيات في المسألة رمزيًا، تحديد المطلوب في المسألة رمزيًا، ترجمة المسألة إلى شكل هندسي).

ب-مهارات استنتاج البرهان وكتابتها: (تحديد الفكرة العامة للحل، استنتاج بعض النتائج من المعطيات المتاحة، استنتاج نتيجة جديدة من نتيجة سابقة لها مع ذكر السبب، الربط بين نتيجتين سابقتين للوصول إلى نتيجة جديدة، كتابة البرهان الهندسي بترتيب منطقي).

ج-مهارات تقويم البرهان: (مراجعة مدى صحة، أو خطأ كل خطوة من خطوات البرهان مع ذكر السبب في الحالتين وتصحيح الخطأ إن وُجد، محاولة الوصول إلى برهان هندسي آخر لنفس التمرين).

البرهان الهندسي:

١- أشار ستيفن Steven g أن البراهين مهمة في الرياضيات؛ لأنها تحتل الريادة لما يمكننا أن نؤمن، وما يمكن أن نتعمد عليه، فهي صالحة لكل زمان ويمكن الاعتماد عليها، وهذا ما جعلها واحدة من أمجاد الفكر الإنساني.

(Steven g، ٢٠٠٧، ٣٣)

٢-يساعد على استيعاب القوانين المنطقية وتذكر الحقائق والمفاهيم والمبادئ الرياضية عن طريق بناء علاقات بينها إضافة إلى التحقق من صحة تلك المبادئ والعلاقات.

٣-يُنمي القدرة على حل المشكلات الحياتية من خلال اكتساب أنماط التفكير. (شويهي، ٢٠٠٩، ٣٠)

٤-تتمى بنيات عقلية لدى التلاميذ تحتوي على شبكات من الخبرات الرياضية وعلاقات متبادلة بينها.

يوسع المعرفة الرياضية، وإزالة الشكوك حول صحتها، كما يعد البرهان نشاطاً إبداعياً مثيراً لانتباه معظم الطلاب. وتعتبر البراهين من مهارات حل المشكلات، وأحد أهداف تدريس الرياضيات، كما تساعد في تنمية مهارات التفكير التأملي والناقد. (إبراهيم، ٢٠٠٤، ٢٢)

٦-يساعد المتعلم على أن يرسم، ويحلل، ويستنتج، ويربط، ويركب، وكل هذا يعمل على تنشيط جانبي الدماغ. ٧-تجعل مهارات البرهان المتعلم منظماً ذاتياً، فلا يحل التمرين بشكل عشوائي وإنما يجعل المتعلم يخطط، ويستنتج، ويقوم.

من الدراسات السابقة التي أشارت بأهمية البرهان الهندسي:

دراسة Eric (٢٠٠٢) هدفت إلى التعرف على مفاهيم معلمي الرياضيات بالمرحلة الثانوية حول البرهان، وتوصلت الدراسة إلى أن إدراك المعلمين التنوع في أدوار الإثبات في الرياضيات غائب بشكل ملحوظ وأن العديد من المعلمين يحملون وجهات نظر محدودة لطبيعة الإثبات في الرياضيات وأظهرت تفاهات غير كافية ماذا يشكل البرهان؟. دراسة Hui-Yu Hsu (٢٠١٠) هدفت إلى دراسة تجارب الطلاب التايوانيين باستخدام الحساب الهندسي بالأرقام على أدائهم في الحساب الهندسي والبرهان الهندسي، وتوصلت الدراسة إلى نتائج هذا التحليل تدعم بقوة الفرضية القائلة بأن الخبرة السابقة لدى الطلاب من العمل على مهام الحساب الهندسي بالأعداد يمكن أن تدعم من الكفاءة في بناء البرهان الهندسي. دراسة موسى (٢٠١١) هدفت إلى دراسة فاعلية استخدام خرائط التفكير في تنمية كل من مهارات البرهان الرياضي والتفكير الإبداعي والتحصيل في الهندسة لدى طلاب الصف الأول الثانوي، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية خرائط التفكير في تنمية البرهان الرياضي والتفكير الإبداعي والتحصيل. كما هدفت دراسة حبيب (٢٠١٢) إلى فاعلية برنامج قائم على الأنشطة التعليمية الموجهة في تنمية مهارات البرهان الهندسي وخفض القلق منه لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية البرنامج في تنمية مهارات البرهان الهندسي وخفض قلق البرهان لدى عينة الدراسة. وهدفت دراسة حمادة (٢٠١٣) إلى التعرف على فاعلية استخدام برنامج الكورت في تنمية بعض مهارات البرهان الهندسي والدافعية للإنجاز لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية البرنامج في تنمية البرهان الهندسي وتنمية الدافعية للإنجاز لدى عينة الدراسة.

من خلال الدراسات السابقة يتضح الآتي: اهتمت الدراسات السابقة بتنمية مهارات البرهان في مراحل وصفوف تعليمية مختلفة في المرحلة الإعدادية والثانوية والجامعية. واستخدمت استراتيجيات وبرامج مختلفة لتنمية تلك المهارات ويسعى البحث الحالي دراسة أثر الاستراتيجية المقترحة على تنمية مهارات البرهان الهندسي. نتائج البحث والتوصيات والبحوث المقترحة:

١- النتائج تطبق اختبار مهارات البرهان الهندسي:

للإجابة على سؤال البحث والذي ينص على " ما فاعلية استراتيجية مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة لتنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية" تم صياغة الفرض الذي ينص على " يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعة البحث في التطبيق القبلي والتطبيق البعدي لاختبار مهارات البرهان الهندسي لصالح التطبيق البعدي"، والجدول التالي يوضح نتائج اختبار ت لحساب دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعة البحث في التطبيق القبلي والبعدي وحجم الأثر d ومعامل ارتباط تربيع.

فاعلية استراتيجية مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية "دراسة ميدانية"
 شيماء منصور عبدالفضيل بكر

جدول (٣)

نتائج اختبارات لحساب دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعة البحث في التطبيق القبلي والبعدى
 لاختبار مهارات البرهان الهندسي (ن=٣٤، ن=٣٤) وقيمة مربع إيتا (η^2) وحجم التأثير (d)

المهارات الرئيسية المكونة للمقياس	التطبيق	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	قيمة ت والدلالة الإحصائية عند مستوى ٠.٠١	حساب معامل (η^2)	حجم الأثر (d) ونوعه
مهارة التخطيط للبرهان	القبلي	٣٤	٤,٤٥٦	١.٨٢٧٣	١٣,٧٣٧	٠.٨٥	٢.١٧٢ ضخم
	البعدى	٣٤	٨.٠٠٠	١.٢١٨٥	دالة		
مهارة المراقبة	القبلي	٣٤	٣,٨٥٣	٣,٤٣٢٣	٣٠.٠٠٧	٠.٩٦	٤.٤٢٠٩ ضخم
	البعدى	٣٤	١٨,٥١٥	٣,١٧٧٨	دالة		
مهارة تقويم البرهان الهندسي	القبلي	٣٤	١,٠٠٠	٢,٠٥٩٥	٣٣,٨٩٢	٠.٩٧	٧.٢٢٥٨ ضخم
	البعدى	٣٤	١٢,٩٧١	٢,٠٥٩٥	دالة		
الاختبار ككل	القبلي	٣٤	٨,١١٨	٤,٧٩٤٣	٥٦,٥١٢	٠.٩٩	٥.٦٣٤٦ ضخم
	البعدى	٣٤	٣٩,٠٣٤	٥,٧١٤٣	دالة		

- يتضح من جدول (٣) وجود فرق دال احصائياً عند مستوى ٠,٠١ بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعة البحث في اختبار مهارات البرهان الهندسي ككل وفي كل مهارة في التطبيق القبلي والتطبيق البعدى لصالح التطبيق البعدى، وبالتالي تم قبول الفرض الأول.

- كما أن حجم الأثر للاستراتيجية المقترحة ضخم على مهارات البرهان الهندسي ككل وعلى كل مهارة رئيسة على حدة كما بالجدول السابق، ونسبة الكسب G لماك جيوجان كلما اقتربت من الواحد الصحيح دل ذلك على فاعلية المتغير المستقل وقيمتها للاختبار ككل ٠,٧٤، وعند حساب نسبة الكسب المعدلة لبلاك وجد أنها تساوي ١,٤ وإذا كانت النسبة أكبر من ١,٢ دل ذلك على المتغير المستقل فعالاً ومقبولاً، كما أن حجم الأثر جاء ضخم وكذلك مربع إيتا كبير مما يشير إلى فاعلية الاستراتيجية المقترحة على تنمية مهارات البرهان الهندسي. وتتفق تلك النتيجة مع نتيجة دراسة كل من: (ابراهيم، ٢٠٠٤)، متولي (٢٠٠٦)، عيسوي (٢٠٠٩)، دراسة محمد (٢٠١١) Hui-Yu Hsu، (٢٠١٠)، موسى (٢٠١١)، حبيب (٢٠١٢)، صلاح (٢٠١٢)، حمادة (٢٠١٣)، الشمري (٢٠١٤).

- تفسير النتائج الخاصة باختبار مهارات البرهان الهندسي:

تشير النتائج السابقة إلى فاعلية الاستراتيجية المقترحة في تدريس وحدة (متوسطات المثلث والمثلث المتساوي السابقين) في تنمية مهارات البرهان الهندسي ككل وفي كل مهارة رئيسة لدى مجموعة البحث وقد يرجع ذلك إلى:

- لأن الاستراتيجية المقترحة قد ساعدت على توجيه تفكير المتعلم وتصحيح وتحسين مساره في ممارسة عملية التفكير في التفكير، مما جعله يتأمل وينظم تفكيره وتفكير ما وراء التفكير والذي ينفله الكثير من المعلمين.

كما أن الاشتقاق الذاتي للأسئلة شجع المتعلم على التأمل والتدبر لما يتعلمه والبقاء على نشاطه في التعلم وتحليل التمرين الهندسي وعمل خطة يسير عليها محدداً فيها أهدافه مراقباً لذاته ومقيماً لنتائجه من خلال التساؤل الذاتي، مما أثر ذلك على تنمية القدرة لدى المتعلم على التخطيط للبرهان وتحديد المعطيات والمطلوب رمزياً ورسم شكل هندسي من خلال معطياته واستنتاج وكتابة البرهان الهندسي وتقويمه.

كذلك أن المرحلة الأولى من الاستراتيجية تعمل على إظهار ما وراء التفكير وتنظيمه وتنميته، والذي يساعد بدوره في تنظيم ما وراء المعرفة، والبعد عن العشوائية في الحل، مما يحسن مهارات البرهان الهندسي.

فاعلية استراتيجيات مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية "دراسة ميدانية"
شيماء منصور عبدالفضيل بكر

- كما أن مرحلة النمذجة بواسطة المعلم أمام المتعلم حينما يخطط للبرهان ويستنتج ويقوم أداءه قد ساعدت على تحسين أداء المتعلم خصوصاً وهي مصحوبة بمرحلة النمذجة بواسطة المتعلم مما يعطي له الفرصة لنمذجة المعلم في طريقة حله للبرهان، مصحوباً ذلك بمرحلة تقديم النموذج والمراقب والذي يعزز لدى المتعلم خطوات حل البرهان بشكل منظم وإطلاع المتعلمين على طريقة تفكير أقرانهم وكيفية قيامهم بالحل وليس التعرف على تفكير المعلم فقط.

- وإعطاءه فرصة للتأمل الذاتي وهي المرحلة الأخيرة من الاستراتيجية والتي يقوم فيها المتعلم أدائه وذلك في ضوء أدائه على الأنشطة التي قام بها، وأدائه مع المعلم أثناء الشرح.

- كذلك الأنشطة المستمرة طوال الحصة وتعاون المتعلمين سوياً، قد يكون أثر ذلك في تحسين أداء المتعلمين في مهارات البرهان الهندسي.

كما أن التحدث مع النفس والتساؤل الذاتي والتفكير في التفكير والذي تعززته الاستراتيجية المقترحة يحسن من مهارات الدماغ ومن نفسية المتعلم ويزيد من قدرته على إيجاد الحلول ويرفع من مستوي تحصيله وذكاءه ويحسن من مهارات البرهان الهندسي لدى المتعلم.

ثانياً: التوصيات: في ضوء نتائج البحث السابقة يمكن التوصية بالتالي:

أ- بالنسبة لمخططي وواضعي المناهج الدراسية:

١- ضرورة أن يتضمن كتاب الوزارة وأنشطة التلميذ نماذج لدروس وأنشطة تعتمد على تنمية مهارات البرهان الهندسي

٢- تنظيم محتوى مقرر الهندسة بشكل يساعد المعلمين على استخدام الاستراتيجية المقترحة في التدريس، وإدراج مراحل الاستراتيجية في دليل المعلم وأهميتها ودور المعلم والمتعلم بها.

ب- بالنسبة للمدرسيات والمؤسسات التعليمية المختلفة بما في ذلك كليات التربية:

- عقد دورات وندوات للمعلمين والموجهين في مجال تدريس الرياضيات للتعرف على أهمية ما وراء المعرفة وأهمية تنمية الوعي لدى المتعلم بما وراء تفكيره.

- وإجراء ورش عمل للمعلمين لتدريبهم على مراحل الاستراتيجية المقترحة وتنمية مهارات البرهان الهندسي.

-حث الطالب المعلم على تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى التلاميذ أثناء التدريب الميداني.

ج- بالنسبة للمعلم:

- تنمية الدافعية لدى المعلم لاستخدام استراتيجيات حديثة والبعد عن النمطية والروتين وجعل التعلم عملية ممتعة له وللتلاميذ. - مساعدة المعلم على كيفية تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى التلاميذ.

د- بالنسبة للموجهين:

- تقديم دورات وندوات للموجهين حول أهمية ما وراء المعرفة وخطوات الاستراتيجية المقترحة ودور كل من المعلم والمتعلم بها، وهم بدورهم يقومون بتزويد المعلمين بالإرشادات الضرورية حول ما وراء المعرفة.

ثالثاً: البحوث المقترحة: في ضوء نتائج البحث الحالي يمكن اقتراح البحوث المستقبلية الآتية:

- ١- إجراء نفس البحث في صفوف دراسية مختلفة.
- ٢- قياس فاعلية الاستراتيجية المقترحة على متغيرات أخرى مثل الاتجاه نحو الرياضيات، التواصل الرياضي، خفض قلق البرهان الهندسي، عادات العقل، مهارات التفكير العليا، القوة الرياضية، الدافعية للتعلم)
- ٣- إجراء دراسة مقارنة بين فاعلية الاستراتيجية المقترحة واستراتيجيات أخرى وأثرها في تنمية مهارات البرهان الهندسي.
- ٤- دراسة فاعلية استراتيجيات أخرى مثل (التعلم المنظم ذاتياً، قبعات التفكير الستة، حل المشكلات، البيت الدائري، التخيل الافتراضي، تنبأ-حدد-أضف-دون) وبيان أثر كل منها في تنمية مهارات البرهان الهندسي.
- ٥- إجراء دراسة مقارنة بين فاعلية الاستراتيجية المقترحة وبين بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات البرهان الهندسي.

المراجع العربية:

- إبراهيم، أحمد عبد الله مفلح (٢٠٠٤). أثر برنامج حاسوبي مصمم لتدريس الهندسة الفضائية لطلبة الصف العاشر الأساسي في تحصيلهم الدراسي وقدرتهم على البرهان، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية البرنامج في تنمية التحصيل والبرهان، رسالة دكتوراه، كلية الدراسات التربوية العليا، جامعة عمان.
- إبراهيم، مجدي عزيز (٢٠٠٥). التفكير من منظور تربوي: تعريفه، طبيعته، مهاراته، تنميته، أنماطه. القاهرة: عالم الكتاب.
- إسماعيل، بلنج حمدي (٢٠١٣). استراتيجيات تدريس اللغة العربية: أطر نظرية وتطبيقات عملية، عمان: دار المناهج.
- الأعسر، صفاء يوسف (١٩٩٩). تعليم من أجل التفكير، القاهرة: دار قباء.
- الحسن، رياض عبد الرحمن (٢٠١٥). تأثير التدريب والبحث على استخدام استراتيجيات ما وراء المعرفة على التحصيل الأكاديمي والوعي ما وراء المعرفة والرضا في مقرر إلكتروني في مرحلة البكالوريوس، مجلة العلوم التربوية والنفسية، ١٦ (٤)، ص ص ١١٦-١٥٧.
- الشهري، محمد بن ردعان بن محمد (٢٠٠٧). استخدام استراتيجيات ما وراء المعرفة لتنمية مهارات حل المشكلة واختزال القلق الرياضي لدى طلاب الكلية التقنية بأبها، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة الملك خالد.
- المالكي، عوض بن صالح بن صالح (٢٠١١). أثر استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية حل المشكلات الرياضية اللفظية لدى طلاب الصف الأول المتوسط بمدينة مكة المكرمة، مجلة جمعية المناهج وطرق التدريس، العدد (١٦٦)، ص ص ٥٣-١٠٠.
- بريك، السيد رمضان (2015). التفكير ما وراء المعرفي: مفاهيم وتطبيقات، القاهرة: دار الكتاب الحديث.
- بهلول، إبراهيم أحمد (٢٠٠٤). اتجاهات حديثة في استراتيجيات ما وراء المعرفة في تعليم القراءة، مجلة القراءة والمعرفة، العدد (٣٠)، ص ص ١٤٨-٢٨٠.
- تميم، عبد الله بن محمد (٢٠١٥). برنامج قائم على استراتيجيات ما وراء المعرفة لتنمية مهارات الكتابة الإقناعية لدى طلاب المرحلة الثانوية، المجلة التربوية، ٢٩ (١١٤)، ص ص ٥٥٩-٦٦٣.
- جاسم، باسم محمد، محمد، فائق حسام طه (٢٠١٣). أثر استراتيجيات التساؤل الذاتي في تحصيل طالبات الصف الثاني متوسط ونكاهتهن المتعددة، مجلة آداب الفراهيدي، العدد (١٧)، ص ص ٣٣٤-٣٥٥.
- حبيب، أبو هاشم عبد العزيز سليم (٢٠١٢). فاعلية برنامج قائم على الأنشطة التعليمية الموجهة في تنمية مهارات البرهان الهندسي وخفض القلق منه لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي، مجلة كلية التربية بالسويس، ٥ (١)، ص ص ٢٨٢ - ٣٠٧.
- حسب الله، محمد عبد الحليم محمد (٢٠٠٥). برنامج قائم على استراتيجيات ما وراء المعرفة على تنمية مهارات تدريس حل المشكلات الرياضية لدي الطالبات المعلمين بالبيضاء، كلية التربية، جامعة المنصورة.
- حمادة، فايزة أحمد محمد (٢٠١٣). فاعلية استخدام برنامج كورت في تنمية بعض مهارات البرهان الهندسي والدافعية للإجاز لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس، العدد (٣٧)، ص ص ٢١٣-٢٥٢.

فاعلية استراتيجية مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية "دراسة ميدانية" شيماء منصور عبدالفضيل بكر

خطاب، أحمد على إبراهيم علي(٢٠٠٧). أثر استخدام استراتيجية النمذجة في تدريس الرياضيات على التحصيل وتنمية مهارات التفكير الإبداعي لدى تلاميذ الحلقة الثانية من التعليم الأساسي، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة الفيوم.

دياب، رضا أحمد عبد الحميد (٢٠١١). فاعلية استخدام نموذج بوليا لحل المشكلات في تدريس الهندسة في اكتساب تلاميذ المرحلة الإعدادية الأزهرية مهارات البرهان الرياضي وتنمية تفكيرهم الهندسي، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة المنيا.

رزوقي، رعد مهدي، عبد الكريم، سهى إبراهيم (٢٠١٥). استراتيجيات تعلم وتعليم العلوم، عمان: دار المسيرة. زيدان، ندى فتاح(٢٠٠٩). أثر برنامج تعليمي في تنمية استراتيجيات ما وراء المعرفة لدى طلبة جامعة الموصل، مجلة دراسات موصلية، العدد(٢٤)، ص ص ١-٣٧.

شحاتة، حسن(٢٠١٥). المرجع في علم النفس المعرفي واستراتيجيات التدريس. القاهرة: الدار المصرية اللبنانية.

شحاتة، حسن، النجار، زينب(٢٠٠٣). معجم المصطلحات التربوية والنفسية، القاهرة: الدار المصرية اللبنانية شرف الدين، سعاد عبد الكريم، الملوجي، شرف الدين(٢٠١٤). التفكير فوق المعرفي ومهارات حل المشكلات، القاهرة:

دار السحاب.

صديق، محفوظ يوسف واخرون(٢٠٠٥). طرق تدريس الرياضيات. سوهاج: دار الكتب. عطا الله، نيفين علي(٢٠١٥). فاعلية استخدام استراتيجية التساؤل الذاتي في تنمية مهارات حل المشكلات الاستدلالي لدى طلاب المرحلة الثانوية الأزهرية، مجلة كلية التربية، جامعة الأزهر، العدد(١٤٤)، ص ص ٣٩-٨٤.

عفانه، عزو إسماعيل (٢٠٠١). تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى طلاب الصف السابع الأساسي بغزة في ضوء مدخل فان هابل، مجلة الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس، العدد(٧٠)، ص ص ١-٤٤.

علي، ريان عبد الكريم (٢٠١٥). أثر استراتيجيتي روبنسون والتساؤل الذاتي في تنمية الفهم القرائي لدى تلامذة الصف السادس الابتدائي، مجلة العلوم التربوية والنفسية، العدد(٤٥)، ص ص ٣٦٣-٣٤١.

عيسوي، شعبان حنفي شعبان(٢٠٠٩). تنمية بعض مهارات البرهان الهندسي باستخدام أنشطة في الكتابة الرياضية والممارسة الموجهة لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي، مجلة كلية التربية بالإسماعيلية، العدد(١٤)، ص ص ١-٣٣.

فلاته، رقيه بنت حسين محمد(٢٠١٤). فاعلية استراتيجيتي التساؤل الذاتي والتدريس التبادلي في تنمية التحصيل الدراسي والتفكير التأملي لدى طالبات مقرر طرق تدريس التربية الإسلامية بجامعة أم القرى، رسالة

دكتوراه.

القلمباني، دينا خالد أحمد(٢٠١١). فاعلية برنامج تدريبي قائم على مهارات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات حل المشكلات لدى

منخفضي التحصيل من تلاميذ الصف الأول الإعدادي، رسالة ماجستير، معهد الدراسات التربوية، جامعة القاهرة.

مازن، حسام محمد(٢٠١٢). التفكير فوق المعرفي، القاهرة: دار السحاب.

متولي، علاء الدين سعد (٢٠٠٦). فعالية استخدام مدخل البرهنة غير المباشرة في تنمية مهارات البرهان الرياضي واختزال قلق البرهان وتحسين مهارات التواصل الرياضي لدى طلاب معلمي الرياضيات، مجلة تربويات الرياضيات، المجلد(٩)، ص ص ١٧٠-٢٤٩.

مدين، السيد مصطفى حامد (٢٠١٥). أثر استراتيجية النمذجة في تنمية مهارات ما وراء المعرفة اللازمة لحل

فاعلية استراتيجيات مقترحة في ضوء بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية "دراسة ميدانية" شيماء منصور عبدالفضيل بكر

المشكلات الجبرية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، مجلة تربويات الرياضيات، ١٨(٦)، ص ص ١٤٤-١٨٨.

موسى، محمد موسى محمد (٢٠١١). فاعلية استخدام خرائط التفكير في تنمية كل من مهارات البرهان الرياضي والتفكير الإبداعي والتحصيل في الهندسة لدى طلاب الصف الأول الثانوي، رسالة دكتوراه، معهد الدراسات التربوية.
المراجع الأجنبية:

Hsu, Hui-Yu (2010).the Study of Taiwanese Students' Experiences with Geometric

Calculation with Number (GCN) and Their Performance on GCN and Geometric Proof (GP),

Doctor of Philosophy, the University of Michigan.

Krantz, Steven G. (2007). **The History and Concept of Mathematical Proof**, Available on 6/3/2015 www.math.wustl.edu/~sk/eolss

Knuth, Eric J. (2002). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof, **Journal for Research in Mathematics Education**, 33(5), pp 379-405.